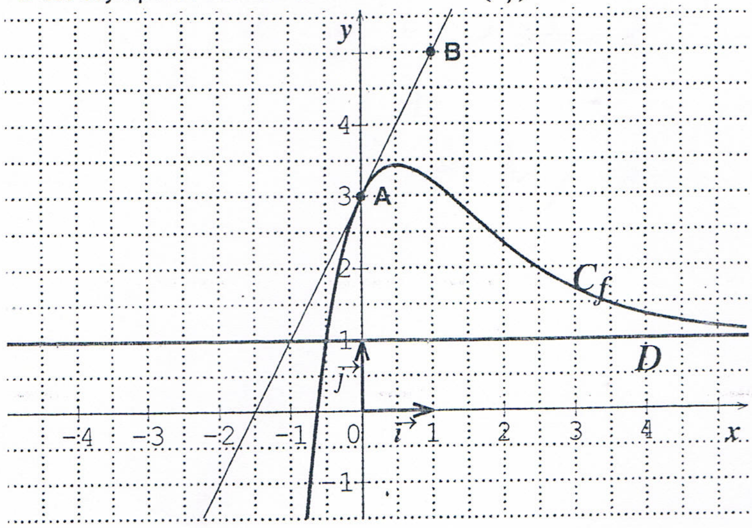
IBN KHALDOUN
$4^{ème}$ *Eco – Ges*

# DEVOIR DE SYNTHESE N°2
## Durée 2heures

12 *Mai* 2017
CHTIOUI-NMIRI-JUINI

## Exercice n°1 : (5points)

La courbe $(C_f)$ tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction $f$ définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ .
On note $f'$ la fonction dérivée de $f$.
La tangente $T$ à la courbe $(C_f)$ au point $A(0\,;\,3)$ passe par le point $B(1\,;\,5)$.
La droite $D$ d'équation $y = 1$ est asymptote horizontale à la courbe $(C_f)$ au voisinage de $+\infty$.



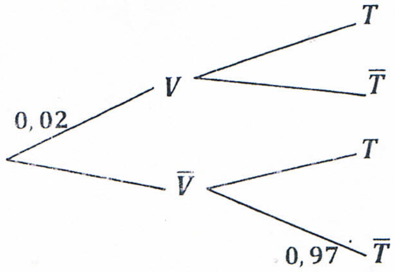

1) En utilisant les données et le graphique, préciser et justifier:
   a/ La valeur du réel $f(0)$ est : a/ 1 b/ 2 c/ 3.
   b/ La valeur du réel $f'(0)$ est : a/ 1 b/ 2 c/ 3.
   c/ La limite de la fonction $f$ en $+\infty$ est : a/ 1 b/ 2 c/ 3.
2) Déterminer une équation de la tangente $T$ à la courbe $(C_f)$ au point $A$.
3) On admet que la fonction $f$ est définie, pour tout nombre réel $x$, par : $f(x) = 1 + (4x + 2)e^{-x}$.
   a/ Déterminer l'expression de $f'(x)$ en fonction de $x$.
   b/ Dresser le tableau de variation de $f$ .
4) Soit $F$ la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ , par : $F(x) = x - (4x + 6)e^{-x}$ .
   a/ Montrer que $F$ est une primitive de $f$ sur $\mathbb{R}$ .
   b/ Déterminer la valeur exacte puis une valeur approchée à $10^{-2}$ près de l'aire, en unités d'aire, de la partie du plan située entre la courbe $(C_f)$ , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 1$.

## Exercice n°2 : (5points)

Remarque : Les résultats seront donnés sous forme décimale en arrondissant à $10^{-4}$.
Dans un pays, il y a 2% de la population contaminée par un virus.
On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :
- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de $0,99$ (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de $0,97$ (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.
On note $V$ l'évènement « la personne est contaminée par le virus » et $T$ l'évènement « le test est positif ».
$\overline{V}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les évènements contraires de $V$ et $T$ .

I/1) a/ Reproduire puis Compléter sur ta copie l'arbre des probabilités suivant :




b/ En déduire la probabilité de l'évènement $V \cap T$ .

2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est $0,0492$.

3) a/ Justifier par un calcul la phrase : « Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40% de « chances » que la personne soit contaminée ».

b/ Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

II/On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants. On appelle $X$ la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes.

1) Justifier que $X$ suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les 10.

## Exercice n°3: (5points)

Soit la suite réelle $(u_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 2 \ \ pour\ tout\ n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

1) Calculer $u_1$ et $u_2$ .

2) a/ Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ , $u_n \geq -6$ .

b/ Montrer que $(u_n)$ est croissante .

3) Soit $v_n = u_n + 6$ .

a/ Montrer que $(v_n)$ est une suite géométrique .

b/ Exprimer $v_n$ puis $u_n$ en fonction de $n$ .

c/ Déterminer les limites de $(v_n)$ et $(u_n)$.

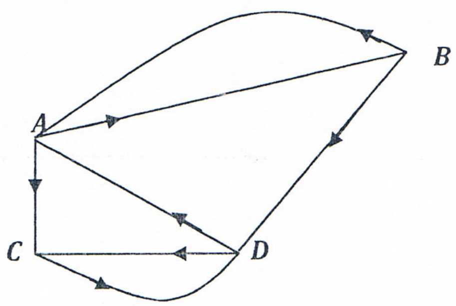
## Exercice n°4: (5points)

Le graphe $G$ ci-dessous indique , les parcours possibles en respectant le sens de parcours entre les quatre bâtiments notés par $A$ , $B$ , $C$ et $D$ d'une entreprise .

1) quel est l'ordre de $G$ ?

2) Compléter le tableau suivant

| sommet | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ |
|---|---|---|---|---|
| $d^+$ | | | | |
| $d^-$ | | | | |
| $d^+ - d^-$ | | | | |




3) Donner la matrice $M$ associée au graphe . (On prendra les sommets par ordre alphabétique)

4) Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance (en respectant le sens de surveillance).

a/ En justifiant la réponse, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins de cette usine. Donner un exemple de trajet.

b/ L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? Justifier la réponse.

5) a/ quel est le nombre de trajets de longueur 3 reliant le sommet $B$ au sommet $D$

b/ justifier comment pourrait-on obtenir ce résultat par le calcul à partir de la matrice $M$

On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.